## Выпускной экзамен по математике. Математические классы, РФ, 2000 год, работа 2, вариант 1

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

**1.** Найдите промежутки возрастания, точки максимума и максимумы функции $y = x \cdot e^{-\frac{1}{x}}$.

**2.** Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $x + y = 3$ и графиками функций $f(x) = \sqrt{3x+1}$, $g(x) = \left(\sqrt{-x}\right)^4 - \dfrac{1}{9}$.

**3.** Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{x-2}(xy - x - 2y + 2) + \dfrac{1}{2}\log_{y-1}(x^2 - 4x + 4) = 3, \\ \log_{x+1}(x + y - 2) - \log_{y+2}(x^2 + y^2) = -1. \end{cases}$

**4.** Решите неравенство $\dfrac{3 - 4\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos\left(6x + \frac{\pi}{3}\right)}{\arccos\frac{x}{2}} + \left|\cos\dfrac{9x}{4}\right| < 0.$

**5.** На прямой $y = 3x - 5$ найдите все такие точки, что проведенные через них касательные к графику функции $y = 2x^2$ взаимно перпендикулярны.

**6.** Найдите все такие действительные значения параметра $a$, при которых существует ровно одно комплексное число $z$, действительная и мнимая части которого выражены целыми числами, удовлетворяющими одновременно двум условиям $|z - 4 - 3i| < a$ и $|\bar{z} - 4 - 3i| < a$.