

Некоторое устройство может находиться в одном из трех состояний (обозначаемых далее a , b и c). Если оно в некоторый момент находится, к примеру, в состоянии a , то через одну секунду оно перейдет в одно из состояний b или c (вероятность перехода в каждое из которых равна $\frac{1}{2}$). Обозначим через $p_n(x)$, где $x \in \{a, b, c\}$, вероятность того, что через n секунд устройство будет находиться в состоянии x ; в начальный момент оно находится в состоянии a .

а) Вычислите $p_3(x)$, $x \in \{a, b, c\}$.

б) Может ли при некотором n вероятность $p_n(x)$, $x \in \{a, b, c\}$, быть равной $\frac{1}{3}$?

в) Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(x) = \frac{1}{3}$.

г) Докажите, что утверждение, сформулированное в предыдущем пункте, равносильно тому, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} \sum_{k \equiv i \pmod{3}} C_n^k = \frac{1}{3}, \quad i = 0, 1, 2.$$