

3А. Комплексное число $z = a + bi$ называется гауссовым, если a и b — целые числа. Говорят, что гауссово число z кратно числу w , если $z = wu$, где w и u — гауссовы числа. Пусть K — множество всех гауссовых чисел, кратных $1 + 2i$.

а) Найдите все натуральные a , такие что $a \leq 20$ и $2 + ai \in K$.

б) Докажите, что если $z \in K$ и $\arg z = \frac{\pi}{4}$, то z кратно $3 - i$.

в) Существуют ли числа $u, v \in K$, такие что $\arg \frac{u}{v} = \frac{\pi}{8}$?

г) Докажите, что для всякого гауссова числа z найдется число $w \in K$, такое что $|z - w| \leq 1$.