

Пусть  $p_n(x)$  — многочлен степени  $n$ .

а) Известно, что числа 3 и 7 являются корнями многочлена  $p_2(x)$  и что  $p_2'(3) = 11$ . Найдите  $p_2'(7)$ .

б) Известно, что числа 1 и 2 являются корнями многочлена  $p_3(x)$ . Пусть  $p_3'(1) = k$  и  $p_3'(2) = l$ , причем  $kl > 0$ . Докажите, что число, делящее отрезок  $[1; 2]$  в отношении  $k : l$ , является третьим корнем этого многочлена.

в) Пусть  $p_3(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ . Найдите все  $a$ , при которых многочлен  $p_3(x) + ax$  имеет ровно два действительных корня.

г) Пусть  $p_{1000}(x) = x(x-2)\dots(x-1998)$ . Найдите все  $a \geq 0$ , при которых уравнение  $p_{1000}(x) = a$  имеет 1000 различных действительных корней.