

Пусть $p_n(x)$ — многочлен степени n .

а) Известно, что числа 3 и 7 являются корнями многочлена $p_2(x)$ и что $p'_2(3) = 11$. Найдите $p'_2(7)$.

б) Известно, что числа 1 и 2 являются корнями многочлена $p_3(x)$. Пусть $p'_3(1) = k$ и $p'_3(2) = l$, причем $kl > 0$. Докажите, что число, делящее отрезок $[1; 2]$ в отношении $k : l$, является третьим корнем этого многочлена.

в) Пусть $p_3(x) = x^3 - 3x^2 - 1$. Найдите все a , при которых многочлен $p_3(x) + ax$ имеет ровно два действительных корня.

г) Пусть $p_{1000}(x) = x(x - 2)\dots(x - 1998)$. Найдите все $a \geq 0$, при которых уравнение $p_{1000}(x) = a$ имеет 1000 различных действительных корней.