

Дан многочлен $p(z) = z^3 + az + b$, $a, b, z \in \mathbb{C}$

а) Пусть $a = -i$, $b = 1 - i$. Найдите корни многочлена $p(z)$ (и запишите их в алгебраической форме).

б) Найдите все пары $(a; b)$, при которых один из корней многочлена $p(z)$ совпадает с серединой отрезка между двумя другими (здесь и в следующем пункте мы отождествляем комплексные числа с точками плоскости).

в) Найдите все пары $(a; b)$, при которых корни многочлена $p(z)$ лежат в вершинах равностороннего треугольника.

г) Докажите, что если $|p(z)| \leq 1$ при всех $|z| = 1$, то $a = b = 0$.