

5. Пусть $A(i-1)$, $B(2i-1)$, $C(2-3i)$ — точки плоскости, соответствующие указанным комплексным числам, S — окружность $|z|=1$, а D — множество комплексных чисел, заданное неравенством $|2z-1| \leq 1$.

а) Докажите, что сумма квадратов расстояний от точки $P \in S$ до точек A, B, C постоянна.

б) Изобразите на плоскости точки A, B и множество комплексных чисел вида $z(2i-1) + (1-z)(i-1)$, где $z \in D$.

в) Найдите такую точку $E \in D$ и все такие равносторонние треугольники с вершинами на S , для которых сумма квадратов расстояний от их вершин до E наибольшая.

г) Выясните, верно ли, что для всякой точки w , лежащей в треугольнике ABC , найдется такое число $z \in D$, что $w = zz_k + (1-z)z_j$, где $z_k, z_j \in \{i-1, 2i-1, 2-3i\}$.