

Выпускной экзамен по математике. Математические классы, РФ, 1993 год, работа 2, вариант 2

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.
Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Для комплексного числа $b = -2 - 2i\sqrt{3}$ найдите все комплексные числа z , такие, что $|z| = 0,5|b|$, а $|\arg z + \arg b| = \frac{\pi}{6}$.

2. Найдите все решения уравнения $\cos^2 4x - 2\cos^5 x + \cos^2 6x = 0$, для которых определено выражение $\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x+2)^3 + 3$, $y = -4x$ и $y = -\frac{2}{3}x$.

4. Определите координаты точки графика функции $\varphi(x) = \sqrt{\ln(3x^2 + 4x + 3)}$, расстояние от которой до точки $B(-2; 0)$ наименьшее.

5. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 \pi x + \sqrt[3]{\sin \pi y} = 0, \\ (y^3 - xy - 6)\sqrt{4 \cdot 3^{1-x} - 2 - \left(\frac{1}{9}\right)^x} = 0. \end{cases}$$

6. При каких x наименьшее значение функции $f(t) = t^3 - 3t^2$ на отрезке $[x-1; x]$ больше числа (-4) ?