Выпускной экзамен по математике. Базовые классы, экз. сборник под редакцией Г. В. Дорофеева, 2007 год, работа 1, вариант 2

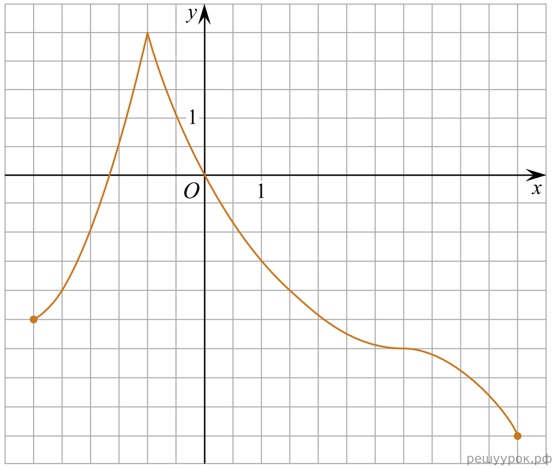
Для получения оценки «3» (удовлетворительно) ученик выпускник должен правильно выполнить любые пять заданий. Отметка «4» (хорошо) выставляется при выполнении любых семи заданий. Отметка «5» (отлично) ставится за девять верно выполненных заданий. Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Вычислите $\dfrac{12^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{3^{\frac{1}{2}}\cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{-\frac{1}{6}}}$.

2. Решите неравенство $\lg 2x < 2\lg 7 + 1$.

3. Найдите все решения уравнения $\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0$, принадлежащие отрезку $[0;\, 2\pi]$.

4. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком (см. рис.). Укажите:
а) область определения функции;
б) при каких значениях x $f(x) \leqslant -2$;
в) промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
г) точки экстремума функции;
д) наибольшее и наименьшее значения функции.



5. К функции $y = 2\sin x + 3\cos x$ проведены касательные в точках с абсциссами $x_1 = \dfrac{\pi}{2}$ и $x_2 = \dfrac{3\pi}{2}$. Являются ли эти касательные параллельными прямыми?

6. Решите уравнение $\dfrac{1}{27}\cdot 3^{x+2} + 3^{2-x} = 4$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$ на отрезке [2; 3].

8. Решите уравнение $\cos x = x^2 + 1$.

9. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2xy + 2 + x = 0, \\ 4x^2y^2 + 4 = 5x^2. \end{cases}$

10. Решить неравенство $5^{5-4x} - 2\left(\dfrac{1}{5}\right)^{3-4x} - 5 \geqslant 0$.