

**Выпускной экзамен по математике. Базовые классы, Санкт-Петербург, 2000 год,  
вариант 1**

Из предложенных сюжетов необходимо решить первые два, из оставшихся сюжетов следует выбрать один. Таким образом получится три сюжета: два обязательных и один выбранный. Всего 12 пунктов. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 пунктов из 12.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. 1. Дана функция  $f(x) = 5^{x+1}$ .

а) Вычислите  $f\left(\log_5 \frac{1}{2}\right)$ .

б) Найдите все значения  $x$ , при которых график функции  $y = f(x)$  расположен ниже прямой  $y = \frac{5}{2}$

в) Решите уравнение  $3f(x) = 2f^2(x) - 5$ .

г) Найдите все числа  $a$  такие, что  $f(\log_5 a) < \frac{5}{2}$ .

2. 2. Дана функция  $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$ .

а) Найдите область определения функции  $y = f(x)$ .

б) Сравните числа  $f(0) - f(1)$  и  $f(7)$ .

в) Решите уравнение  $f(x) = 2x - 4$ .

г) Решите неравенство  $(x - 7)f(x) \geq 0$ .

3. 3. Дана функция  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ .

а) Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$ , параллельной оси абсцисс.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; -1]$ .

в) Постройте график функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; -1]$ .

г) Определите число  $a$  так, чтобы функция  $F(x) = \ln x + \frac{a}{x}$  являлась первообразной функции  $y = f(x)$  на луче  $(0; +\infty)$ .

4. 4. Дана функция  $f(x) = \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x$ .

а) Докажите тождество  $\frac{2f(x)}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2$ .

б) Решите уравнение  $f(x) = 0$ .

в) Пусть  $g(x) = f(x) - f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ . Вычислите  $g\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .

г) Найдите все решения неравенства  $g(x) > -\frac{1}{2}$  из отрезка  $[0; \pi]$ .