Выпускной экзамен по математике. Математические классы, РФ, 2001 год, работа 3, вариант 2

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.
Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Среди комплексных чисел z, что $(z+\bar{z})(z-\bar{z})=4i\sqrt{3}$ найдите все числа с аргументом $\frac{\pi}{3}$.

2. Решите уравнение $4|\cos x|+6\cos x-5|\sin x|+3\sin x=0$.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases}\log_{\frac{3}{10}}(3-x^2)=\log_{\frac{3}{10}}(8y^2-6xy+3),\\ \log_y x+\log_x(2y)=-1.\end{cases}$

4. Найдите все первообразные функции $f(x)=6x+2$, для которых выполняются два условия: на промежутке $(2;\,3)$ графики функций $f(x)$ и $F(x)$ не имеют общих точек и площадь фигуры, ограниченной этими графиками и прямыми $x=2$ и $x=3$, равна 11.

5. Исследуйте на выпуклость функцию $y=x^{100}$ и, используя полученный результат, сравните числа $\frac{3^{100}+2^{100}}{2}$ и $\left(\frac{5}{2}\right)^{100}$.

6. При каких значениях параметра a ровно три точки графика функции $y=x^3-x^2+a$ равноудалены от осей координат?