

**Выпускной экзамен по математике. Математические классы, РФ, 1994 год, работа 3, вариант 1**

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.  
Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Среди комплексных чисел  $z \neq 0$  с аргументом  $\frac{\pi}{4}$  найдите все такие, для которых  $z^3 - 8z$  — действительное число.
2. Найдите все корни многочлена  $x^3 + 2ax^2 - 5x - a - 9$ , если остатки от его деления на двучлены  $x - 2$  и  $x + 1$  равны.
3. При каких значениях параметра  $p$  число 2 является решением неравенства  $\log_{\frac{x}{2+p^2}} \left( \frac{p^2}{2} + \frac{1}{2} - x^2 + \frac{6p}{x} \right) \geq -1$ ?
4. График функции  $y = 2 - \sqrt{2x+2}$  пересекает ось абсцисс в точке  $K$ , а касательная к графику пересекает ось абсцисс в точке  $C$ . Напишите уравнение этой касательной, если начало координат является серединой отрезка  $KC$ .
5. Докажите, что для всех отрицательных значений  $x$   $\ln \frac{2x-3}{x-7} + \frac{x}{11} \leq 0$ .
6. Найдите наибольшее значение площади фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2 + \cos x$ ,  $y = \sin \frac{x}{2}$  и линиями  $x = a$  и  $x = a + \pi$ .