

Выпускной экзамен по математике. Физико-математические классы, РФ, 2000 год, вариант 2

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Решите уравнение $16 - 9\log_3(3x - 6) + \frac{1}{2}\log_3^2(2 - x)^2 = 0$.

2. Вычислите $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 4) + \operatorname{arcctg}(-\operatorname{tg} 4)$.

3. Сумма емкостей трех конденсаторов равна 19Ф. Емкость второго конденсатора в 2,25 раза меньше емкости третьего конденсатора. Определите, при каком значении емкости первого конденсатора емкость батареи, составленной последовательным соединением этих конденсаторов, наибольшая. (Емкость С батареи последовательно соединенных конденсаторов с емкостями C_1 , C_2 и C_3 определяется из формулы

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 7$ и $g(x) = x^2 + 7x - 5$.

5. Найдите наибольшее значение параметра a , при котором уравнение $\sin x + 4\cos x = a$ имеет решения, и для этого значения a решите неравенство $4\sin x + \cos x < a$.

6. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 - 7x - 30} + \sqrt{2x^2 - 5x - 33} \leq |2x - 3|$.