

Выпускной экзамен по математике. Физико-математические классы, РФ, 1999 год, вариант 1

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Вычислите $\cos\left(\arcsin\frac{4}{5} + \arcsin\frac{5}{13} + \arcsin\frac{16}{65}\right)$. (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)
2. Решите уравнение $5\sin 3x + 2\sin x = 0$.
3. Решите неравенство $\frac{(2x-5)(32^{\frac{1}{x}}-4)}{(3^x-8)(x^4+4x+20)} \geq 0$.
4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций $f(x) = 4 - \sqrt{x+5+2\sqrt{x+4}}$ и $g(x) = \sqrt{x+13} - 6\sqrt{x+4}$ совпадают.
5. Исследуйте функцию $y = \frac{\ln x}{x}$. (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.
6. Найдите все значения параметра a , при которых касательная к графику функции $y = x^4 - ax^2 + 3x + 1$, проведенная в точке графика с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.