

**Выпускной экзамен по математике. Физико-математические классы, РФ, 1999 год,  
вариант 1**

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Вычислите  $\cos\left(\arcsin\frac{4}{5} + \arcsin\frac{5}{13} + \arcsin\frac{16}{65}\right)$ . (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)

2. Решите уравнение  $5 \sin 3x + 2 \sin x = 0$ .

3. Решите неравенство  $\frac{(2x-5)(32^{\frac{1}{x}}-4)}{(3^x-8)(x^4+4x+20)} \geq 0$ .

4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций  $f(x) = 4 - \sqrt{x+5} + 2\sqrt{x+4}$  и  $g(x) = \sqrt{x+13} - 6\sqrt{x+4}$  совпадают.

5. Исследуйте функцию  $y = \frac{\ln x}{x}$ . (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = x^4 - ax^2 + 3x + 1$ , проведенная в точке графика с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.