

Выпускной экзамен по математике. Математические классы, РФ, 2001 год, работа 3, вариант 2

Для получения оценки «5» необходимо верно и полностью решить 5 заданий.

Продолжительность экзамена 5 астрономических часов.

1. Среди комплексных чисел z , что $(z + \bar{z})(z - \bar{z}) = 4i\sqrt{3}$ найдите все числа с аргументом $\frac{\pi}{3}$.
2. Решите уравнение $4|\cos x| + 6\cos x - 5|\sin x| + 3\sin x = 0$.
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_{\frac{3}{10}}(3 - x^2) = \log_{\frac{3}{10}}(8y^2 - 6xy + 3), \\ \log_y x + \log_x(2y) = -1. \end{cases}$$
4. Найдите все первообразные функции $f(x) = 6x + 2$, для которых выполняются два условия: на промежутке $(2; 3)$ графики функций $f(x)$ и $F(x)$ не имеют общих точек и площадь фигуры, ограниченной этими графиками и прямыми $x = 2$ и $x = 3$, равна 11.
5. Исследуйте на выпуклость функцию $y = x^{100}$ и, используя полученный результат, сравните числа $\frac{3^{100} + 2^{100}}{2}$ и $\left(\frac{5}{2}\right)^{100}$.
6. При каких значениях параметра a ровно три точки графика функции $y = x^3 - x^2 + a$ равноудалены от осей координат?